## 基础课45 直线与圆、圆与圆的位置关系

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 若直线与圆相切，则的值为（ C ）.

A. B. 1 C. D.

[解析]因为直线 与圆 相切，所以由圆心到直线的距离等于半径，即，解得.故选.

2. [2024·吉安模拟]下列能将圆平分的直线是（ C ）.

A. B. C. D.

[解析]要使直线平分圆，直线经过该圆的圆心即可，

由，得，

所以圆心坐标为.

经检验可知圆心在 上，故选.

3. 若圆与圆外切，则实数（ D ）.

A. B. 1 C. 1或4 D. 4

[解析]由题意得圆,所以，即圆,的圆心分别为,.

设圆,的半径分别为,，则,，所以，所以.故选.

4. （改编）圆上的点到直线的最大距离与最小距离之和为（ D ）.

A. B. C. D.

[解析]圆 的标准方程为，圆心坐标为，半径为，

圆心到直线 的距离为，

所以圆上的点到直线 的最大距离为，

最小距离为，

所以圆 上的点到直线 的最大距离与最小距离之和为.故选.

5. （改编）若一条光线从点射出，经轴反射后与圆相切，则反射光线在轴上的截距为（ D ）.

A. B. C. 或 D. 或

[解析]点 关于 轴的对称点为，

故可设反射光线所在直线的方程为，

即.

因为反射光线与圆 相切，

所以圆心 到反射光线的距离，

即，解得 或,

所以反射光线所在直线的方程为 或.令,得 或.故选.

6. [2024·上饶模拟]已知，为圆上两个不同的点，为圆心，且满足，则（ C ）.

A. B. C. 2 D. 4

[解析]依题意，，由，得，解得，

所以.故选.

7. [2024·九江模拟]已知直线与轴，轴分别交于，两点，动直线和交于点，则的面积的最小值为（ B ）.

A. B. C. D.

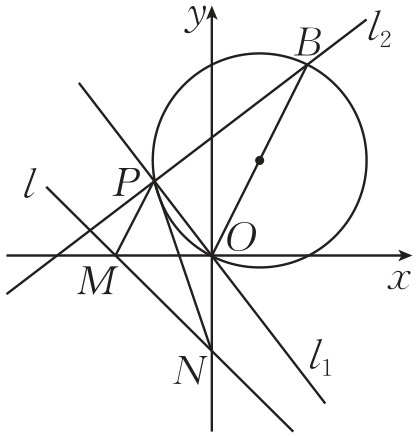
[解析]如图所示，根据题意可知，动直线 过定点，动直线，

即直线 过定点.

因为，所以无论 取何值，都有，

所以点 在以 为直径的圆上，且圆心坐标为，

半径为.



设，则点 的轨迹方程为，

圆心到直线 的距离为，则点 到直线 的距离的最小值为.

由题意可知，，

则，

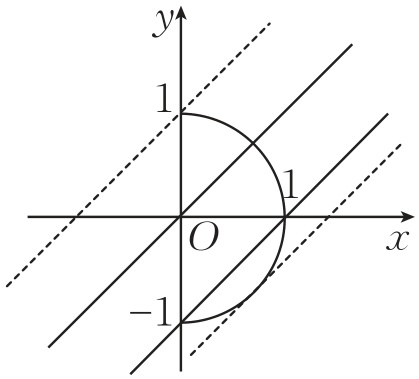
所以 的面积的最小值为.故选.

8. [2024·益阳模拟]若直线与曲线恰有两个不同的公共点，则实数的取值范围是（ B ）.

A. B. C. } D.

[解析]由题可得，是斜率为1的直线，

曲线 是以原点为圆心，1为半径的圆的右半圆，



画出它们的图象，如图，

当直线 与圆 相切时，或（舍去），

当直线 过点 时，,

由图可得，当 时，直线 与半圆 有两个不同的公共点.故选.

#### 综合提升练

9. [2024·文昌模拟]（多选题）已知圆和圆的两个交点分别为,，直线与圆交于,两点，则下列结论正确的是（ CD ）.

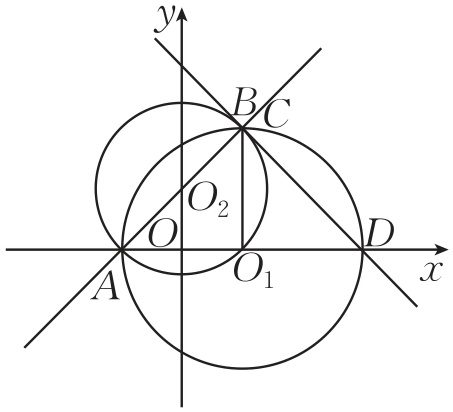
A. 直线的方程为

B. 圆上存在两点和，使得

C. 圆上的点到直线的最大距离为

D. 若，则或

[解析]圆 的标准方程为，圆心为，半径，



圆 的标准方程为，圆心为，半径，

所以，，

所以两圆相交，两圆方程相减得，

即直线 的方程为，故 错误；

圆心 到直线 的距离，所以，对于圆 上的任意两点,，，故 错误；

圆 上的点到直线 的距离的最大值为，故 正确；

因为，所以圆心 到直线 的距离为，所以，解得 或，故 正确.故选.

10. [2024·揭阳模拟]（多选题）已知直线，圆，则下列说法错误的是（ AC ）.

A. 若或，则直线与圆相切

B. 若，则圆关于直线对称

C. 若圆与圆相交，且两个交点所在的直线恰为，则

D. 若，圆上有且仅有两个点到的距离为1，则

[解析]圆,即，故圆心,.

对于，若直线 与圆 相切，则圆心 到直线 的距离等于半径，则，解得 或，故 错误；

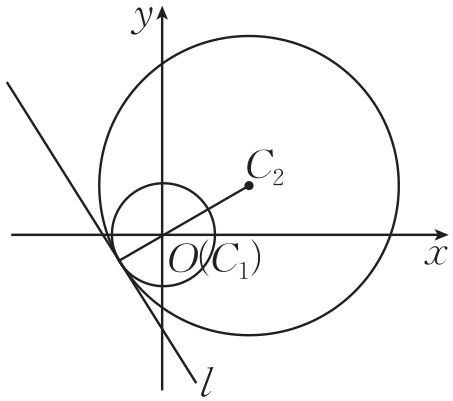
对于,若圆 关于直线 对称，则直线 过圆心，则，解得，故 正确；

对于，将圆 与圆 的方程作差得，即，则，解得，经检验，此时圆，满足，则，故 错误；

对于，若圆 上有且仅有两个点到直线 的距离为1，则圆心,到直线 的距离，即，即，且，解得，故 正确.故选.

11. [2024·衡水模拟]若圆和圆有且仅有一条公切线，则1.

[解析]如图，由题意得圆 与圆 内切，又圆，

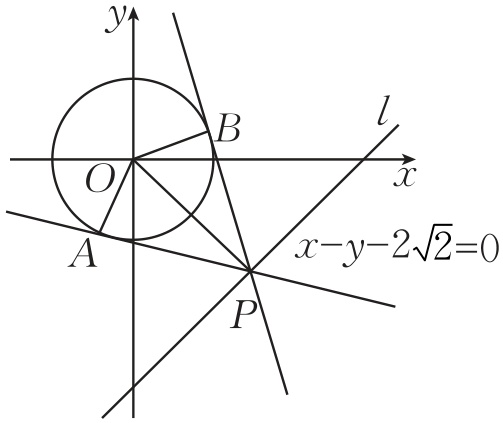


所以，

所以，解得.

12. [2024·岳阳联考]已知圆，点在直线上运动，过点作圆的两条切线，切点分别为，，当最大时，记劣弧与，所围成的平面图形的面积为，则的值为  .

[解析]如图所示，圆 的圆心 的坐标为，半径为1.



因为，且 在,上单调递增，

所以当 最小时，最大，即 最大，此时，

且，，

所以四边形 的面积.

设 ，则 ， ，

所以劣弧 及，所围成的平面图形的面积 .

又因为，,，所以，

所以.

#### 应用情境练

13. 数学家阿波罗尼斯证明过这样一个命题：平面内到两定点的距离之比为常数且的点的轨迹是圆.后人将这个圆称为阿波罗尼斯圆，简称阿氏圆.已知在平面直角坐标系中，，动点满足，得到动点的轨迹是阿氏圆.若对任意实数，直线与圆恒有公共点，则实数的取值范围为,.

[解析]设点，因为，所以，

所以动点 的轨迹为阿氏圆.

易知直线 恒过点，

若对任意实数，直线 与圆 恒有公共点，

则点 在圆 的内部或圆上，所以，

所以，解得，

所以实数 的取值范围为,.

14. [2024·扬州模拟]圆（为坐标原点）与直线相切，与直线垂直的直线与圆交于不同的两点，，若，则直线的纵截距的取值范围是  .

[解析]由题意得，圆心 到直线 的距离为圆的半径，即，所以圆 的标准方程为.

设直线 的方程为，联立 消去 得.

设直线 与圆 的交点为，，

由，

得，，， ①

因为，所以.

又，，所以， ②

由①②得，满足，即，

故直线 的纵截距的取值范围是.

#### 创新拓展练

15. [2024·昆明联考]已知圆，过点的直线与圆交于,两点，则的取值范围为  .

[解析]圆，圆心为，半径.

因为，所以点 在圆内，依题意可知，

当 为 的中点时，，的夹角最小，

此时，，所以.

因为,，所以，所以，

即，夹角的最小值为，

当线段 是圆的一条直径时，，的夹角最大，最大值为 ，

所以,，

所以.

16. [2024·潍坊联考]已知的圆心在直线上，点在轴右侧且到轴的距离为1，被直线截得的弦长为2.

（1）求的标准方程.

（2）设点在上运动，且点满足（为原点），记点的轨迹为.

①求曲线的方程.

②若过点的直线与曲线交于，两点，问在轴的正半轴上是否存在定点，使得轴平分？若存在，求出点的坐标；若不存在，请说明理由.

[解析]（1）由题意可设圆 的圆心 的坐标为，

因为圆心 在直线 上，

所以，解得，即圆心为，

所以圆心 到直线 的距离.设圆 的半径为，

所以弦长为.

又，所以，

所以圆 的标准方程为.

（2）①设，，

则,，

由，得 所以

由 在圆 上运动得，

整理可得点 的轨迹方程 为.

②当直线 轴时，轴必定平分.

当直线 的斜率存在时，设直线 的方程为，

联立,

,

化简可得，

则.

设，，，

则,.

若 轴平分，则，所以.

又，，

所以，

所以，

所以，

所以，解得，

所以当点 的坐标为,时，轴平分.